

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОГО СРАБАТЫВАНИЯ ОБЪЕКТА ПРИ ВЫСОКИХ УРОВНЯХ БЕЗОТКАЗНОСТИ

Г. С. Садыхов, А. А. Артюхов

Известно, что частые включения в работу и выключения из нее посредством средств переключателей служат причиной отказа технического объекта, механизмы развития которого сложны. Так, для радиоэлектронной аппаратуры механизмы развития отказов заключаются в «разогревании» аппаратуры при срабатывании «включено» и процесса «остывания» при срабатывании «выключено».

Тем не менее принято считать, что переход из режима «ожидания» в рабочий режим «токового накала», и наоборот, имеет вероятность, равную единице. Такое допущение абсолютной безотказности при срабатывании «включено/выключено» приводит к необоснованному завышению уровня надежности, что недопустимо, например, для техногенно-опасных объектов.

При большом количестве срабатываний типа «включено/выключено» наблюдаются отказы объекта, и по этим результатам можно оценить вероятность безотказного срабатывания. Однако при этом возникает другая задача: каким образом можно распространить полученную оценку на ранний этап эксплуатации, где число срабатываний объекта незначительно?

Решению этой задачи посвящается настоящая работа.

Определим интенсивность отказов объекта при k -м срабатывании по формуле [1]

$$\lambda_k = \frac{\Pr(\xi = k)}{\Pr(\xi \geq k)},$$

где $\Pr(\cdot)$ – вероятность события, заключенного внутри скобок (сокращение от английского слова *probability* – вероятность); ξ – число срабатываний до отказа (случайная величина).

Для сравнения: для непрерывного ресурса интенсивность отказов определяется, как известно, по другой формуле [2]:

$$\lambda(t) = -\frac{P'(t)}{P(t)},$$

где $P(t)$ – вероятность безотказной работы объекта в течение времени t .

Заметим, что определение λ_k не следует из определения $\lambda(t)$.

Обозначим через P_n вероятность того, что объект проработает безотказно в результате n срабатываний, т.е.

$$P_n = \Pr(\xi \geq n + 1),$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$

Тогда справедлива следующая формула [3]:

$$P_n = \prod_{i=1}^n (1 - \lambda_i). \quad (1)$$

Докажем следующее утверждение.

Теорема 1. Пусть интенсивности отказов объекта при срабатываниях образуют монотонно неубывающую последовательность, т.е.

$$\lambda_i < \lambda_{i+1}, (i = 1, 2, \dots). \quad (2)$$

Тогда последовательность $\sqrt[n]{P_n}$ монотонно убывающая, т.е.

$$\sqrt[n]{P_n} > \sqrt[n+1]{P_{n+1}}, (n = 1, 2, \dots). \quad (3)$$

Доказательство. Согласно (1) имеем

$$P_n = \exp\left(\sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i)\right),$$

откуда найдем

$$\sqrt[n]{P_n} = \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i)\right). \quad (4)$$

Покажем, что последовательность $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i)$ монотонно убывает. Для этого рассмотрим следующую разность:

$$\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} \ln(1-\lambda_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i) = \frac{1}{n(n+1)} \left(n \sum_{i=1}^{n+1} \ln(1-\lambda_i) - (n+1) \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i) \right). \quad (5)$$

Так как

$$n \sum_{i=1}^{n+1} \ln(1-\lambda_i) - (n+1) \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i) = n \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i) + n \ln(1-\lambda_{n+1}) - n \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i) - \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i),$$

то

$$n \sum_{i=1}^{n+1} \ln(1-\lambda_i) - (n+1) \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i) = n \ln(1-\lambda_{n+1}) - \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i).$$

Используя условие (2), получим

$$n \sum_{i=1}^{n+1} \ln(1-\lambda_i) - (n+1) \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i) < n \ln(1-\lambda_{n+1}) - n \ln(1-\lambda_n),$$

откуда имеем

$$n \sum_{i=1}^{n+1} \ln(1-\lambda_i) - (n+1) \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i) < n \ln \frac{(1-\lambda_{n+1})}{(1-\lambda_n)}.$$

Вновь используя (2), находим

$$n \sum_{i=1}^{n+1} \ln(1-\lambda_i) - (n+1) \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i) < 0.$$

Учитывая полученное в (5), имеем

$$\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} \ln(1-\lambda_i) < \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1-\lambda_i).$$

Следовательно, по формуле (4) находим

$$\sqrt[n]{P_n} > \sqrt[n+1]{P_{n+1}},$$

что и доказывает (3).

Для дальнейших рассуждений определим гамма-процентное количество срабатываний по формуле [4]

$$m_\gamma = \max\{m \mid P_m \geq \gamma\}, \quad (6)$$

где m – целые числа при условии $P_m \geq \gamma$; γ – заданная величина ($0 < \gamma < 1$).

Из определения (6) следует, что:

1) для всех целых чисел $m > m_\gamma$ соответствует следующая оценка:

$$P_m < \gamma;$$

2) для всех целых чисел $m \leq m_\gamma$ соответствует следующая оценка:

$$P_m \geq \gamma. \quad (7)$$

Заметим, что для непрерывного ресурса гамма-процентный ресурс t_γ определяется из выражения $P(t) = \gamma$ как решение относительно t при заданном значении γ ($0 < \gamma < 1$).

Докажем следующее утверждение.

Теорема 2. Для объекта, интенсивности отказов которого удовлетворяют условию (2), имеет место следующая оценка:

$$P_m \geq \gamma^{\frac{m}{m_\gamma}}, \quad (8)$$

где m – любое целое число, удовлетворяющее условию

$$m \leq m_\gamma. \quad (9)$$

Доказательство. Используя (4), имеем $\sqrt[m]{P_m} = \exp\left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln(1 - \lambda_i)\right)$, откуда, учитывая (9) и теорему 1, получим

$$\sqrt[m]{P_m} \geq \sqrt[m_\gamma]{P_{m_\gamma}}.$$

Для правой части согласно (7) имеем

$$\sqrt[m_\gamma]{P_{m_\gamma}} \geq \sqrt[m_\gamma]{\gamma}.$$

Следовательно, $P_m \geq \gamma^{\frac{m}{m_\gamma}}$, что и доказывает оценку (8).

Рассмотрим следующий пример.

Пусть $\gamma = 0,9$, $m_{0,9} = 100$ срабатываний. Оценить вероятность безотказного срабатывания объекта при одном срабатывании, для которого выполняется (2).

Решение. Так как $m = 1 < m_{0,9} = 100$, то согласно оценке (8) находим

$$P_1 \geq 0,9^{\frac{1}{100}} = 0,999.$$

Заметим, что уровень полученной оценки, равный 0,999, требует испытания как минимум 1000 однотипных объектов, а использования оценки (8) – как минимум 10 объектов.

Другими словами, результаты испытаний 10 объектов интерполируются в зону малого числа срабатываний. Решение этих вопросов изложено в работах [5–12].

Таким образом, в работе предложена оценка вероятности безотказного срабатывания объекта при высоких уровнях безотказности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (Гранты № 07-08-00574-а и № 10-08-00607-а).

Список литературы

1. Садыхов, Г. С. Методы и модели оценок безопасности сверхназначенных сроков эксплуатации технических объектов / Г. С. Садыхов, В. И. Кузнецов. – М. : ЛКИ, 2007. – 144 с.
2. Барлоу, Р. Математическая теория надежности / Р. Барлоу, Ф. Прошан. – М. : Советское радио, 1969. – 488 с.
3. Садыхов, Г. С. Теоретические основы остаточного дискретного ресурса технических объектов / Г. С. Садыхов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1999. – № 3. – С. 102–108.
4. Садыхов, Г. С. Критерии оценок безопасной эксплуатации технических объектов / Г. С. Садыхов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2005. – № 1. – С. 119–122.
5. Sadykhov, G. S. Estimation of the Residual Life for Items of Equipment Based on a Physical Model of Additive Accumulation of Damages / G. S. Sadykhov, V. P. Savchenko, Ju. V. Gulyaev // The Smithsonian/NASA Astrophysics Data Systems Physics – Doklady. – 1995, August. – V. 40, Issue 8. – P. 397–400.
6. Садыхов, Г. С. Среднее количество безотказных срабатываний до критического отказа техногенно-опасного объекта: расчет, предельные и непараметрические оценки / Г. С. Садыхов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2013. – № 1. – С. 99–107.
7. Sadykhov, G. S. Technical condition control calculation for hazardous industrial facilities / G. S. Sadykhov // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2014, July. – V. 43, Issue 4. – P. 327–332.
8. Интерполяционные и экстраполяционные оценки среднего количества безотказных срабатываний радиоэлектронной аппаратуры при частых включениях в работу и выключениях из нее / Г. С. Садыхов, В. П. Савченко, А. А. Артюхов, О. И. Казакова // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2014. – № 2, Т. 15. – С. 20–26.
9. Садыхов, Г. С. К проблеме оценки средней наработки до критического отказа техногенно-опасного объекта / Г. С. Садыхов, В. П. Савченко // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 1. – С. 54–57.
10. Садыхов, Г. С. Расчет и оценка вероятностей опасных и безопасных состояний техногенно-опасного объекта / Г. С. Садыхов, В. П. Савченко, И. А. Бабаев // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 4 (8). – С. 69–77.
11. Садыхов, Г. С. Вероятности опасных и безопасных состояний техногенно-опасного объекта: расчет и предельные значения / Г. С. Садыхов, И. А. Бабаев // Труды Междунар. симп. Надежность и качество. – 2015. – Т. 1. – С. 79–81.
12. Садыхов, Г. С. Предельные и нижние оценки длительности безопасного срока эксплуатации техногенно-опасных объектов / Г. С. Садыхов, О. В. Елисеева, В. П. Савченко // Труды Междунар. симп. Надежность и качество. – 2015. – Т. 1. – С. 81–83.

Садыхов Гулам Садыхович

доктор технических наук, профессор,
главный научный сотрудник,
действительный член
Академии проблем качества РФ,
Московский государственный
технический университет им. Н. Э. Баумана
(105005, Россия, г. Москва,
2-я Бауманская ул., 5, стр. 1)
E-mail: gsadykhov@gmail.com

Артюхов Анатолий Анатольевич

начальник сектора,
Радиотехнический институт
им. академика А. Л. Минца
(127083, Россия, Москва, ул. 8-го Марта, 10, стр. 1)
E-mail: aartyukhov@rti-mints.ru

Аннотация. При большом количестве срабатываний типа «включено/выключено» наблюдаются отказы объекта, и по этим результатам можно оценить вероятность безотказного срабатывания. Однако при этом возникает другая задача – показать, каким образом можно распространить полученную оценку на ранний этап эксплуатации, где число срабатываний

Sadykhov Gulam Sadykhovich

doctor of technical science, professor,
senior researcher manager,
fellow of Russian Federation Quality Problems academy
Moscow State Technical University
named after N. E. Bauman
(105005, 2-nd Baumanskaya street, apartment 5,
building 1, Moscow, Russia)

Artyukhov Anatoliy Anatol'evich

the chief of the sector,
Radiotechnical Institute
named after Academician A. L. Mints
(127083, building 1, 10 8th of March street,
Moscow, Russia)

Abstract. With the large number of wear and tear of the type "switch on/switched off" are observed the failures of object and according to these results it is possible to estimate the probability of reliable wear and tear. However, in this case appears another task – of showing how it is possible to extend obtained estimation to the early stage of the operation, where the number of wear and

объекта незначительно. В работе предложена оценка вероятности безотказного срабатывания при высоких уровнях безотказности объекта. Определен характер поведения вероятности незначительного числа срабатываний в зависимости от характеристик надежности стареющего объекта с дискретным ресурсом.

Ключевые слова: надежность, вероятность, безотказность, безотказное срабатывание, гамма-процентное количество срабатываний.

tear of object is insignificant. In the work the estimation of the probability of reliable wear and tear with the high levels of failure-free performance of object is proposed. Is determined the nature of the behavior of the probability of the insignificant number of wear and tear depending on the characteristics of the reliability of the growing old object with the discrete resource.

Key words: reliability, probability, trouble-free operation, gamma-percentage of positives.

УДК 62.192

Садыхов, Г. С.

Интерполяция оценки вероятности безотказного срабатывания объекта при высоких уровнях безотказности / Г. С. Садыхов, А. А. Артюхов // Надежность и качество сложных систем. – 2016. – № 1 (13). – С. 15–19.